Passeideboa!

AULAS, CURSOS E MENTORIAS

WWW.PASSEIDEBOA.COM.BR

RESOLUÇÃO DE QUESTÕES - LISTAS DE EXERCÍCIOS - ENG. ELÉTRICA

Matéria: SISTEMAS DE CONTROLE

Prof . M.Sc Victor T.Tayra

*

1 Levitador Magnético

1

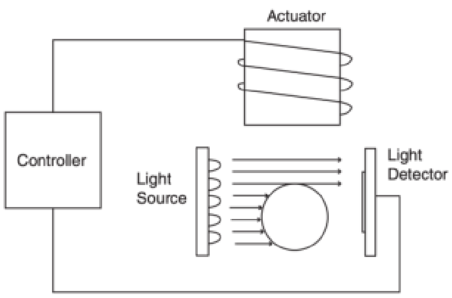
3ª Questão (2,5) Considere o sistema de levitação magnética mostrado, com $m\ddot{x} = mg - f$; A força magnética, $f = ki^2/x^2$, produzida pela bobina, contrapõem a força da gravidade. Obtenha a função de transferência $\delta X(s)/\delta I(s)$, do modelo linearizado, que descreve a posição da esfera x, em função da corrente, i, em pequenos sinais.

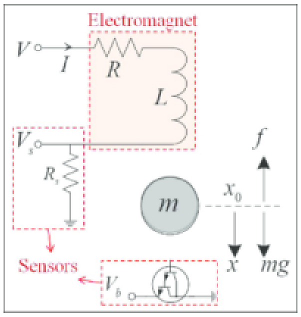
Obs: $x(t) = x_0 + \delta x(t)$; $\mathcal{L}\{\delta x(t)\} = \delta X(s)$; $i(t) = i_0 + \delta i(t)$; $\mathcal{L}\{\delta i(t)\} = \delta I(s)$;

a) Para uma corrente i_0, a esfera permanecerá estática em x_0. Calcule x_0 em função de i_0.
b) Aproxime a componente não-linear f, pelos primeiros termos da série de Taylor:

$$f(x,i) \approx L(x,i) = f(x_0,i_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x_0,i_0} \delta x + \left.\frac{\partial f}{\partial i}\right|_{x_0,i_0} \delta i$$

c) Calcule $\delta X(s)/\delta I(s)$.





Resolução 1

(A) A ESFERA ESTÁTICA, IMPLICA EM UMA ACELERAÇÃO NULA, LOGO: $\ddot{x}=0$

Assim:
$$m\ddot{x} = mg - ki^2/x^2$$
$$0 = mg - \frac{k i_0^2}{x_0^2} \Rightarrow \frac{k i_0^2}{x_0^2} = mg$$
$$x_0 = i_0\sqrt{k/mg}$$

OBSERVE QUE É JUSTAMENTE NESTA CONDIÇÃO QUE O SISTEMA DE CONTROLE DEVERÁ TRABALHAR, MANTENDO A ESFERA ESTÁTICA. LOGO, x_0 SERÁ O PONTO DE LINEARIZAÇÃO, COM A RESPECTIVA CORRENTE i_0

(B) A EQ. DIFERENCIAL DO SISTEMA É
$$m\ddot{x} = mg - f(x,i)$$
$$m\ddot{x} = mg - \frac{ki^2}{x^2}$$

ASSIM O TERMO NÃO LINEAR $f(x,i) = \frac{ki^2}{x^2}$, DEVERÁ SER LINEARIZADO EM TORNO DO PONTO CRÍTICO x_0, i_0

COM A EXPANSÃO DE TAYLOR PARA AS DUAS VARIÁVEIS TEMOS:

$$f(x,i) = f(x_0, i_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x_0,i_0}(x - x_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial i}\right|_{x_0,i_0}(i - i_0)$$

REPRESENTAREMOS AS VARIAÇÕES COMO:

$$x - x_0 = \delta x \quad e \quad i - i_0 = \delta i$$

$$\frac{\partial f(x,i)}{\partial i} = \frac{\partial}{\partial i}\left(\frac{ki^2}{x^2}\right) = \frac{k}{x^2}\cdot\frac{\partial}{\partial i}(i^2)\Big|_{x_0,i_0} = \frac{2ki_0}{x_0^2}$$

$$\frac{\partial f(x,i)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{ki^2}{x^2}\right) = ki^2\cdot\frac{\partial}{\partial x}\left(x^{-2}\right)\Big|_{x_0,i_0} = -\frac{2ki_0^2}{x_0^3}$$

ASSIM A FUNÇÃO $f(x,i)$ LINEARIZADA NOS PONTOS x_0 e i_0 FICA:

$$f(x,i) = \frac{ki_0^2}{x_0^2} - \frac{2ki_0^2}{x_0^3}\cdot\delta x + \frac{2ki_0}{x_0^2}\cdot\delta i$$

A EQ. DIFERENCIAL LINEARIZADA, NOS PONTOS x_0, i_0 FICA:

$$m.\delta\ddot{x} = m.g - ki_0^2/x_0^2 + \frac{2ki_0^2}{x_0^3}.\delta x - \frac{2ki_0}{x_0^2}.\delta i$$

$$\Big\downarrow \text{Subst. } x_0 = i_0\sqrt{k/mg} \text{ p/ SIMPLIFICAR}$$

$$m.\delta\ddot{x} = mg - ki_0^2/(i_0\sqrt{k/mg})^2 + \frac{2ki_0^2}{x_0^3}.\delta x - \frac{2ki_0}{x_0^2}.\delta i$$

$$m.\delta\ddot{x} = \frac{2ki_0^2}{x_0^3}.\delta x - \frac{2ki_0}{x_0^2}.\delta i$$

APLICANDO A TRANSF. DE LAPLACE NAS VARIÁVEIS LINEARIZADAS δx E δi, TEMOS:

$$ms^2.\delta X(s) - \frac{2ki_0^2}{x_0^3}.\delta X(s) = -\frac{2k.i_0}{x_0^2}.\delta I(s)$$

$$\frac{\delta X(s)}{\delta I(s)} = \frac{-2k.i_0/x_0^2}{ms^2 - \frac{2ki_0^2}{x_0^3}} = \frac{-2k.i_0 x_0 \times (1/mx_0^3)}{mx_0^3 s^2 - 2ki_0^2 \times (1/mx_0^3)}$$

$$\frac{\delta X(s)}{\delta I(s)} = \frac{-2ki_0/mx_0^2}{s^2 - \frac{2ki_0^2}{mx_0^3}} \qquad \text{Subst. } x_0 = i_0\sqrt{k/mg}$$

$$\frac{\delta X(s)}{\delta I(s)} = \frac{-2k\,i_0/(i_0^2 . k/mg)}{s^2 - \dfrac{2k i_0^2}{m\left(i_0\sqrt{k/mg}\right)^3}} = \frac{-2g/i_0}{s^2 - 2\dfrac{\sqrt{m/k}\,.}{i_0}\,(g)^{3/2}}$$